الاستمرارية

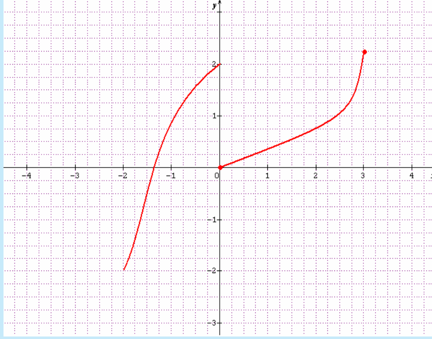
✍ استعمال البيان لمعرفة استمرارية دالة

الطريقة

لمعرفة استمرارية دالة على مجال باستعمل البياني تذكر هذا المبدأ
استمرارية دالة عند قيمة أو على مجال يعني أنه يمكن رسم منحنيها البياني على ذلك المجال دون رفع الـقـلـم

تمرين محلول

لتكن f الدالة المعرفة تمثيلها البياني كما هو موضح على الشكل



1. هل الدالة f مستمرة على $[-2;3]$؟
2. أذكر مجالا تكون الدالة f مستمرة فيه.

الحـل:

1. الدالة غير مستمرة على المجال $[-2;3]$ نلاحظ أنه غير ممكن رسم تمثيلها البياني دون رفع القلم إذ نلاحظ قفزة عند النقطة ذات الفاصلة 0 أي أنها غير مستمرة عند 0.
2. الدالة f مستمرة مثلا على $[0;3]$.

✍. كيف نبين أن دالة مستمرة على مجال أو عند قيمة ؟

الطريقة

لإثبات أن دالة مستمرة عند العدد الحقيقي a يكفي تبيان $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$.
1. لإثبات أن دالة مستمرة عند العدد الحقيقي a يكفي تبيان $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$. من أجل هذا يمكن أم نُـجـر إلى حساب $\lim_{\substack{x\to a\\ >}} f(x) = f(a)$ و $\lim_{\substack{x\to a\\ <}} f(x) = f(a)$
2. لإثبات أن دالة مستمرة على مجال يكفي أن تتذكر ما يلي
الدوال المرجعية ، كثيرا الحدود ، الجيب تمام و دالة الجيب و الدوال الناطقة مستمرة على مجالات مجموعة تعريفها

تمرين محلول

1) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $\begin{cases} f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 ; x \le 1 \\ f(x) = x^2+1 ; x > 1 \end{cases}$

1. أدرس استمرارية الدالة f عند 1.
2. هل الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$.

2) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $\begin{cases} f(x) = \frac{(x+1)}{x^2+2} ; x \le 1 \\ f(x) = x+1 ; x > 1 \end{cases}$

1. هل الدالة g مستمرة على $\mathbb{R}$؟

الحــل:

1) **1.استمرارية f عند 1.**

لدينا $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 1} f(x) = \lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 1} x^2 + 1 = 2 = f(1)$ و $\lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} 1} f(x) = \lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} 1} \frac{1}{2}(x+1)^2 = 2 = f(1)$

ومنه f مستمرة عند 1.

2.استمرارية الدالة f

الدالة f على $]-\infty;1]$ و على $[1;+\infty[$ هي كثير الحدود إذا f مستمرة على $]-\infty;1]$ و على $[1;+\infty[$ و هي مستمرة عند 1 ومنه f مستمرة على $\mathbb{R}$.

2) **استمرارية الدالة g**

لدينا $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 1} f(x) = \lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 1} x + 1 = 2$ و $\lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} 1} f(x) = \lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} 1} \frac{(x+1)}{(x^2+2)} = \frac{2}{3}$ نلاحظ

$\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 1} f(x) \neq \lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} 1} f(x)$ ومنه g غير مستمرة عند 1.